TRƯỜNG ĐẠI HỌC CÔNG NGHỆ THÔNG TIN

KHOA KHOA HỌC MÁY TÍNH

BÀI TẬP MÔN PHÂN TÍCH VÀ THIẾT KẾ THUẬT TOÁN

**HOMEWORK #2**: ĐÁNH GIÁ THUẬT TOÁN DÙNG KỸ THUẬT TOÁN SƠ CẤP

**GV hướng dẫn: Huỳnh Thị Thanh Hương**

***Người thực hiện: Nguyễn Đỗ Quang 20520720***

TP.HCM, ngày 28, tháng 9, năm 2022

**Bài tập 1:**

*Câu a:*

f(0) = 1000

f(1) = f(0)+1000\*0.12

f(2) = f(1)+f(1)\*0.12

...

f(n) = f(n-1) +f(n-1)\*0.12

=

mã giả:

def func(n):

if n==0: return 1000

return func(n-1)\*1.12

Phương trình đệ quy là: T(n)=

Số tiền có được sau 30 năm là:

*Câu b:*

Phương trình đệ quy là: T(n)=

*Câu c:*

Phương trình đệ quy là:

*Câu d:*

Xét

Phương trình đệ quy là: T(n)=

*Câu e:*

T(n)=

*Câu f:*

Phương trình đệ quy là: T(n)=

Trong đó = n\*n=

=>T(n)=

*Câu g:*

Phương trình đệ quy là: T(n)=

*Câu h:*

T(n)=

=>T(n)=

**Bài tập 2:**

*Câu 1:*

T(n) = T(n-1) + 5 T(1) = 0

= [T(n-2) + 5] + 5

= T(n-2) + 2\*5

= [T(n-3) + 5 ] + 2\*5

= T(n-3) + 3\*5

=> T(n) = T(n-i) + i\*5

Quá trình dừng lại khi:

n-i= 1

<=> i =n-1

<=>T(n) = T(1) + (n-1)\*5 = 5n-5

*Câu 2:*

T(n) = T(n-1) + n T(1) = 1

= [T(n-2) + n-1]+n

= T(n-2) + 2n -1

= [T(n-3) + (n-2)] + 2n -1

= T(n-3) + 3n -1 - 2

= [T(n-4) + (n-3)] +3n - 1 -2

=T(n-4) + 4n - 1- 2 - 3

=T(n-i) + in -

Quá trình dừng lại khi:

n-i = 1

<=>i = n-1

T(n) = T(0) + (n-1)n - = 1 + =

*câu 3:*

T(n) = 3T(n-1) + 1 T(1) = 4

= 3[3T(n-2) + 1] + 1

= 9T(n-2) + 3 + 1

= 9[3T(n-3) + 1] + 3 + 1

=27T(n-3) + 9 + 3 + 1

=> T(n) = T(n-i) +

Quá trình dừng lại khi:

n-i = 1

<=>i = n-1

T(n) = T(1)+ (Trong đó: = - =)

= 4+ =

*Câu 4:*

T(n) = 2T() + 1 T(1) = 1

= 2[2T() + 1] + 1

=4T() + 2 +1

=4[2T()+1] + 2 + 1

=8T() + 4 +2 +1

=>T(n) = T() + (Trong đó:=-1)

Quá trình dừng lại khi: =1

<=> = n

<=> i =

T(n) = +-1 = 2n-1

*Câu 5:*

T(n) = 2T() + n T(1) = 1

=2[2T()+] + n

=4T() + 2n

=4[2T()+] + 2n

=8T() +3n

=>T(n) = T() + \*i

Quá trình dừng lại khi:

= 1

<=>= n

<=>i =

T(n) = n+n\*

*Câu 6:*

T(n) = 2T() + T(1) = 1

=2[2T() +] +

=4T() + +

=4[2T()+ ]+ +

=8T() + ++

=8[2+] +++

=16+++

=T()+

Trong đó: = = =2()

Quá trình dừng lại khi: =1

<=>i =

T(n) = T()+

= n+2()

=n+2-2

*Câu 7:*

T(n) = 2T() + T(1) = 1

= 2[2T() + ] +

=4T() + 2 - 2 +

=4[2T() + ] + 2 + -2

=8T() + 4+ 2 + -4\*2 - 2\*1-1\*0

=T() + ()() -

Quá trình dừng lại khi: =1

<=>i =

T(n) = n+)() - [(n-2)+2]

=n+(n-1)()-)

**Bài tập 3:**

*Câu 1:*

T(n) = 3T() + T(1) = 1

=3[3T() + ] +

=9T() + 3+

=9[3T() + ]+ 3+

=27T() + + +

=> T(n) = T(+

Trong đó: ==4)

Quá trình dừng lại khi:

=1

<=>= n

<=>i =

T(n) = +)

*Câu 2:*

T(n) = 8T() + T(1) = 1

= 8[8T(]+

= 82 T() + +

= 82 [8T()+]++

= T() + + +

= T() + i

Quá trình dừng lại khi: = 1

<=> = n

<=> i =

T(n) = + =(1+)

*Câu 3:*

T(n) = 4T() + n T(1) = 1

= 4[4T(] + n

= T( + + n

= [4T()+] + + n

= T() + + + n

= T() + n

Trong đó: = = -3()

Quá trình dừng lại khi: = 1

<=> = n

<=> i =

T(n) = -3n()

*Câu 4:*

T(n) = 9T() + T(1) = 1

= 9[9T()+] +

= T()+ +

= [9T() + ] ++

= T() +++

= T()+i

Quá trình dừng lại khi: = 1

<=> = n

<=> i =

T(n) = +( = (1+

*Câu 5:*

T(n) = 2T() + 1 T(2) = 0

=2T()+1

=2[2T()+1]+1

=4T() + 2 +1

=4[2T()+1]+2+1

=8T()+4+2+1

=T()+

Quá trình dừng lại khi: = 2

<=>=2

<=> =1

<=> = 1

<=> =

<=> = i

T(n) = T()+ = -1 = - 1

**Bài tập 4:**

*Câu 1:*

T(n) = 4T(n-1) - 3T(n-2)

T(0) = 1

T(1) = 2

Đặt = T(n)

Ta có: -4+3=0

<=>-4X+3=0

<=> [

T(n) = +

Ta có:

<=>

<=>

T(n) = +

*Câu 2:*

T(n) = 4T(n-1) - 5T(n-2) +2T(n-3)

T(0) = 0

T(1) = 1

T(2) = 2

Đặt = T(n)

Ta có: =4-5+

<=>-4+5 -=0

<=>-4+5-2=0

<=>(X-2)

<=>[

T(n) = + +=++n

Ta có:

<=>

Có

<=>

T(n) = n

*Câu 3:* (Recurrence relation of fibonaci sequence)

T(n) = T(n-1) + T(n-2)

T(0)=1

T(1)=1

Đặt = T(n)

Ta có: =+

<=> = 0

<=> = 0

<=>[

T(n) = +

Ta có:

Từ (1)=> = 1- (3)

Thế (3) vào (2):

<=>=1- => =

T(n) = (1-

**Bài tập 5:**

*Câu a:*

T(n) =

Hàm sinh của dãy {T(n)} có dạng như sau:

f(x) = = T(0)+T(1)x+T(2)+...

f(x) = +T(0)

= 2+7+1

Đặt A = = x =x(T(0)+T(1)x+..) =xf(x)

Đặt B = =-1=

Thay A và B lại vào biểu thức có: f(x) = 2xf(x) + 7 +1

<=>(1-2x)f(x) =

<=>f(x) = = +

Ta có:(1-2x)a+(1-x)b = 6x+1

có hệ:

<=>

Vậy f(x) = +

=-7+8

=

T(n) =

*Câu b:*

Hàm sinh của dãy {T(n)} có dạng như sau:

f(x) = = T(0)+T(1)x+T(2)+...

f(x) = + T(0)+T(1)x=+1+2x

=-12+1+2x

Đặt A = = x =x(T(1)x+..) =x(f(x)-T(0))=x(f(x)-1)

Đặt B = = =x(T(0)+T(1)x+..) =x(f(x)-T(0))=f(x)

Thay A và B lại vào biểu thức có: f(x)=7x(f(x)-1) - 12f(x) + 1 + 2x

<=.>f(x) =

<=> f(x) = = + = -+

=> T(n) =

*Câu c:*

Đổi biến: T(m) = T(m-1)+2(m+1)<=>T(n)=T(n-1)+2(n+1)

Hàm sinh của dãy {T(n)} có dạng như sau:

f(x) = = T(0)+T(1)x+T(2)+...

Ta có: f(x) = +T(0)

= +2+3

= x+2(

= xf(x)++1

<=>f(x) = + **(1)**

Từ công thức y= = ta đạo hàm 2 vế:

(=(

<=>=

<=>=

có =()

<=>=

<=> = **(2)**

Thế (2) vào (1) ta có f(x) = +

=> Ta có T(n) =

**Bài tập 6:**

**Lần i**

f(n)=a

với n=1 thì T(1) = f(1) = a

Chứng minh T(1) f(1)

ta có a (\*)

Ta cần chứng minh T(n) f(n)

Ta có T(n) =

<=> T(n) 4(a)+n

<=> T(n) a+n

<=> T(n) a-a+n (\*\*)

Từ (\*) và (\*\*) chứng minh:

**Lần thứ iii** f(n)=a-bn

Với n=1 thì T(1) = và f(1)=a-b

Chứng minh T(1) f(1)

ta có a-b **(1)**

Ta cần chứng minh T(n) f(n)

Ta có T(n) =

<=> T(n) 4(a-b)+n

<=> T(n) 4a-4b+n

<=> T(n) a-bn+(-bn+n)

Để T(n) f(n) thì:

-bn+n 0

<=>n(1-b) 0 **(2)**

Từ (1) và (2) ta chọn a và b sao cho:

**Bài tập 7:**

Đoán f(n)=O(n) = an+b

Với n=1 thì T(n=1)=1 và f(1)=a+b

chứng minh: T(1) f(1)

1 a+b thì T(1) f(1) (1)

Ta cần chứng minh T(n) f(n)

Ta có T(n) =

<=> T(n) a+b+a+b+n

<=>T(n) (an+b)+(-an+b+n)

<=>T(n) f(n) + (-an+b+n) f(n)

Để T(n) f(n) thì:

-an+b+n 0 (2)

Từ (1) và (2) ta chọn a và b sao cho:

thế vào (2) ta có: -.n+( +1)+n

<=>n+

<=>n5 (thỏa yêu cầu)

T(n) = O(n)